

Estudio del análisis de correspondencias según el análisis de varianza o *escalamiento doble*, el enfoque de Guttman y Nishisato. Aplicación práctica

JEAN-PIERRE LÉVY MANGIN* Y ANNICK LAMBERT**

Correspondence Analysis Based on Analysis of Variance or Dual Scaling. The Guttman and Nishisato Approach. Practical Application

Abstract. This article deals with Dual Scaling or Correspondence Analysis based on analysis of variance and its convergence with Correspondence Analysis using contingency tables as developed by Jean Paul Benzecri of the French school of thought. The Guttman and Nishisato approach as well as the traditional Correspondence Analysis can be used, however the results obtained will invariably be identical whatever the method chosen.

Correspondence Analysis and Dual Scaling are particularly useful in marketing research as well as in social sciences.

El *escalamiento doble* tiene su origen en los artículos de De Leuw (1973), Greenacre (1978) y Nishisato (1979) y debe mucho a la teoría matricial desarrollada en el siglo XVIII por Euler, Cauchy, Jacobi, Cayley y Sylvester. La teoría de representación de variables y datos en la misma configuración no es nueva; los investigadores la han descubierto y vuelto a descubrir en función de sus necesidades. Esta teoría se ha denominado ya *método de medias recíprocas*, *método de puntajes aditivos*, *método de puntajes apropiados*, *Guttman weighting*, *análisis teórico de componentes principales para datos cualitativos*, *escalamiento óptimo*, *análisis factorial de correspondencias*, *análisis de correspondencias*, *análisis de homogeneidad* y *escalamiento doble*.

Muchos de estos métodos son utilizados actualmente: la escuela francesa, encabezada por el profesor Jean-Paul Benzecri, utiliza el análisis de corres-

pondencias; la escuela holandesa (Rick de Leuw, 1973), el análisis de homogeneidad, y la escuela canadiense, el *escalamiento doble* (Nishisato, 1980).

Los investigadores norteamericanos suelen utilizar el análisis de correspondencias aunque sienten bastante más apego por el análisis de escalas (*escalamiento óptimo*). La tendencia es una convergencia entre los dos tipos de métodos (Carroll y Green, 1988) que Michel Tenenhaus y Forrest Young sintetizaron en un artículo bastante notable (Tenenhaus y Young, 1985).

En este sentido, el artículo tiene como propósito presentar la *teoría del escalamiento doble* a partir de datos de una tabla de doble entrada y comparar los resultados con el análisis de correspondencias.

I. Teoría del escalamiento doble

1. Presentación de la teoría, según Guttman

La *teoría del escalamiento doble* se debe a S. Nishisato (1980), aunque el enfoque con respecto al análisis de varianza fue introducido por Guttman en 1941.

Para determinar los valores óptimos en una escala de categorías, Guttman considera la tabla de datos X de variables $X_1, \dots, X_p$, y presenta también medias de hileras y la media total, como se observa en la tabla 1, donde $\bar{x}_i$ es la media del renglón i . Guttman consideró la ecuación del análisis de varianza (donde $\bar{x}$ es la media total)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{x})^2 = p \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{x}_i)^2$$

* La Cité, College of Applied Arts and Technology, Ottawa, Canadá.

** Université du Québec, Hull, Québec, Canadá.



TABLA 1

ESCALAMIENTO ÓPTIMO DE LOS VALORES DE LAS OBSERVACIONES					
	X_1	X_2	-	-	X_p
1	X_{11}	X_{12}			X_{1p}
2	X_{21}	X_{22}			X_{2p}
-					
-					
N	X_{N1}	X_{N2}			X_{Np}
					$\bar{X}_n$

TABLA 2

CONTINGENCIA Y MARGENES					
	X_1	X_2	-	-	X_p
1	F_{11}	F_{12}			F_{1p}
2	F_{21}	F_{22}			F_{2p}
-					
N	F_{N1}	F_{N2}			F_{Np}
	F_1	F_2			F_T

TABLA 3

DATOS SEGÚN ANÁLISIS DE VARIANZA A UN FACTOR				
VARIABLE	HILERA	PUNTAJES	COLUMNAS	
	1	$X_{11}, \dots, X_{12}, \dots, X_{21}, \dots, X_{22}, \dots, X_{p1}, \dots, X_{p2}, \dots, X_{pn}, \dots, X_{pn}$	G_1	
	2	$X_{11}, \dots, X_{12}, \dots, X_{21}, \dots, X_{22}, \dots, X_{p1}, \dots, X_{p2}, \dots, X_{pn}, \dots, X_{pn}$	G_2	
$Y_{(np)} =$	.	.	.	
	.	.	.	
	N	$X_{11}, \dots, X_{12}, \dots, X_{21}, \dots, X_{22}, \dots, X_{p1}, \dots, X_{p2}, \dots, X_{pn}, \dots, X_{pn}$	G_N	

definió el cociente η^2 como la correlación cuadrada, y planteó la maximización de

$$\eta^2 = \frac{p \sum_{i=1}^n (\bar{x}_i - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^p (X_{ij} - \bar{x})^2}$$

bajo las condiciones siguientes, media de $X = 0$, varianza de $X = 1$.

2. Presentación de la teoría, según Nishisato (Nishisato, 1980)

El método representa una tabla de contingencia F , de dimensiones (n, p) y el término corriente f_{ji} , como un conjunto de datos de análisis de varianza a un factor.

La variable columna posee p modalidades y se pueden obtener los puntajes óptimos $x_1, x_2, \dots, x_p$, para cada columna. La tabla 2 define F y sus totales marginales.

La tabla 2 se presenta bajo forma de frecuencias utilizadas en el análisis de correspondencias y la tabla 3 presenta los datos bajo forma de análisis de varianza.

a) Formulación de la teoría

Se considera minimizar el cociente SC_{intra}/SC_{total} y maximizar el cociente SC_{inter}/SC_{total} , es decir,

minimizar la fracción de la suma de los cuadrados intraclase (varianza por dentro) partido por la suma total de los cuadrados ($SC_{total} = SC_{intra} + SC_{inter}$) y maximizar la fracción de la suma de los cuadrados entre clases partida por la suma total de los cuadrados.

El cociente SC_{inter}/SC_{total} es llamado "cociente de correlación al cuadrado" η^2 , por lo cual:

$$\frac{SC_{intra}}{SC_{total}} = 1 - \eta^2$$

$$1 = \eta^2 + \frac{SC_{intra}}{SC_{total}}$$

$$1 \geq \eta^2 \geq 0$$

Análogamente, se puede considerar que minimizar SC_{intra}/SC_{total} equivale a maximizar SC_{inter}/SC_{total} .

Con el propósito de derivar fórmulas para las varianzas por dentro (intraclase), interclases y total, se presentan las siguientes anotaciones clasificatorias:

Y_{ji} = puntaje ponderado del renglón j y de la columna i
 Y_i = suma de los valores ponderados

f_i = suma total de los valores ponderados

Y_j = valor ponderado del renglón j

f_j = número total de valores ponderados de renglón j

$y_j = Y_j / f_j$ = media ponderada de valores de renglón j

$y_i = Y_i / f_i$ = media general de valores ponderados

$C = Y_i / f_i$ = factor de corrección.

Las diversas fórmulas para el cálculo de las varianzas se presentarían como sigue:

$$\begin{aligned} SC_{total} &= \sum \sum (Y_{ji} - y_i)^2 \\ &= \sum \sum Y_{ji}^2 - 2(Y_i / f_i) \sum Y_{ji} + f_i (Y_i / f_i)^2 \\ &= \sum \sum Y_{ji}^2 - (Y_i^2 / f_i) = \sum Y_{ji}^2 - C \\ SC_{inter} &= \sum f_j (y_j - y_i)^2 \\ &= \sum (Y_j^2 / f_j) - (Y_j^2 / f_i) = \sum (Y_j^2 / f_j) - C \\ SC_{intra} &= \sum \sum (Y_{ji} - y_j)^2 \\ &= \sum \sum Y_{ji}^2 - \sum (Y_j^2 / f_j) \end{aligned}$$

b) Presentación matricial

Se definirá:

$F = (f_{ji})$ como la matriz de datos

f = vector de los totales de las columnas de F

D = matriz diagonal $(p \times p)$ de los totales de las columnas de F

Dn = matriz diagonal $(n \times n)$ de los totales de los renglones de F

X = vector $(p \times 1)$ de los puntajes de las categorías

p = número de columnas

n = número de hileras o renglones

g = número de observaciones por renglón.

Por lo cual, aplicando las fórmulas obtendríamos: la varianza total = $SC_{total} = X'DX$; y, la varianza intergrupos = $SC_{inter} = X'F'D^{-1}F_nX$.

En consecuencia:

$$\eta^2 = \frac{X'F'D_n^{-1}FX}{X'DX}$$

Teniendo en cuenta que la suma de los puntajes ponderados equivale a fX , el factor de corrección equivaldría a:

$$c = \frac{X'fjX}{ft}$$

la varianza inter grupos a:

$$SC_{inter} = X'[F'D_n^{-1}F - fj / ft]X$$

la varianza total a:

$$SC_{total} = X'[D - fj / ft]X$$

por lo cual

$$\eta^2 = \frac{SC_{inter}}{SC_{total}} = \frac{X'[F'D_n^{-1}F - fj / ft]X}{X'[D - fj / ft]X}$$

c) Optimización

η^2 es un cociente de forma cuadrática y con el fin de optimizar el vector X se puede maximizar η^2 directamente o maximizar la suma de los cuadrados entre grupos (SC_{inter}) siempre que la suma total de los cuadrados (SC_{total}) quede fija.

Consideremos la fórmula simplificada de η^2 y la condición $X'DX = ft$ (constante); debemos pues maximizar $X'F'D^{-1}FX$, y transformando X en W , obtendríamos:

$$W = D^{-1/2}X$$

lo cual equivaldría a:

$$X = D^{-1/2}W$$

Entonces debemos maximizar

$$Q = W'D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}W$$

teniendo en cuenta que $W'W = ft$.

Utilizando el método del multiplicador de Lagrange podemos reducir el problema a la resolución de una ecuación homogénea.

$$\frac{dQ(W)}{dW} = 0 \text{ y } \frac{dQ(W)}{d\lambda} = 0,$$

donde:

$$Q = W'D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}W - \lambda(W'W - ft)$$

La primera ecuación sería:

$$\frac{dQ(W)}{dW} = 2D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}W - 2\lambda W = 0$$

y la segunda:

$$\frac{dQ(W)}{d\lambda} = W'W - ft = 0$$

lo cual daría que

$$D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}W = \lambda W$$

$$W'D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}W = W'\lambda W$$

$$\lambda = \frac{W'D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}W}{W'W} = \frac{X'F'D_n^{-1}FX}{X'DX}$$

de estas ecuaciones obtendríamos que $\lambda = \eta^2$ y las ecuaciones a resolver serían:

$$(D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2} - \eta^2 I)W = 0$$

$$W'W = ft$$

3. Análisis multidimensional

Consideremos $C = D^{-1/2}F'D_n^{-1}FD^{-1/2}$ la matriz a diagonalizar. El vector unidad es un vector propio trivial, que dejaremos de lado. $\eta_1^2 > \eta_2^2 > \eta_3^2$ serían los valores propios de C , y W_1, W_2, W_3 , los correspondientes vectores propios; nos referiremos a estos vectores como vectores ortogonales. La matriz C sería remplazada por C_1 , que tendría los mismos valores y vectores propios menos el vector trivial. Así obtendríamos:

$$CI = \sum_{j=1}^3 \eta_j^2 \frac{W_j'W_j}{W_j'W_j}$$

donde

$$\sum_{j=1}^3 \eta_j^2 = tr(CI)$$

$$X_j = D^{-1/2}W_j$$

X_1 maximiza η^2 , es llamada vector óptimo y es asociada con los máximos locales de η^2 (vector óptimo de pesos locales).

De manera práctica se suele calcular X_1 con el correspondiente vector de puntajes y hacer de manera análoga con Y_1 . Se pueden utilizar los vectores propios ortogonales (W_j) o los vectores óptimos X_j que optimizan el criterio η^2 .

La primera dimensión revelará si el valor propio es significativo. La prueba de la χ^2 (ji cuadrada) indicará si los valores propios restantes son significativos y si se puede restar otra dimensión.

La fórmula de la χ^2 adaptada al *escalamiento doble* se presenta como la prueba de Bartlett:

$$\chi^2 = -[ft - 1 - 1/2(n + m - 1)] \sum_{j=2}^3 \log_e(1 - \eta_j^2)$$

donde los grados de libertad equivaldrán a:

$$GL = (n-2)(m-2)$$

m = número de columnas

n = número de renglones
y el porcentaje de inercia sería

$$\delta = \frac{\eta_j^2}{tr(C)}$$

para restar dimensiones se aplicaría el procedimiento iterativo, teniendo en cuenta las ecuaciones siguientes presentadas en c .

$$(C - \eta_j^2 I)W = 0$$

$$W'W = fI$$

y se restarían dimensiones

$$C_{j+1} = C_j - \eta_j^2 \frac{W_j W_j'}{W_j' W_j}$$

$$j = 1, 2, \dots, t-1$$

X_j y W_j representarían los vectores de las columnas de la matriz de datos.

El vector óptimo sería indicado por Y_j ; el conjunto de vectores óptimos, por Y_j :

$$Y_j = \frac{D_n^{-1/2} F X_j}{\eta_j}$$

y los vectores ortogonales para los renglones corresponderían a

$$U_j = D_n^{-1/2} Y_j = \frac{D_n^{-1/2} F X_j}{\eta_j} = \frac{D_n^{-1/2} F D^{-1/2} W_j}{\eta_j}$$

De manera práctica, para restar dimensiones, se analiza δ_j y se observa si el χ^2 para los valores propios restantes es significativo.

II. Aplicación práctica comparativa del *escalamiento doble* a un ejemplo del análisis de correspondencias

Se puede considerar el *escalamiento doble* como un método de análisis de escalas asociado al análisis de correspondencias. El *escalamiento doble* es capaz de analizar matrices de datos, tablas de frecuencias, tablas de contingencia, tablas disyuntivas, tablas de

Burt, etcétera, y se vuelve de hecho una técnica bastante interesante para el análisis de datos y para el análisis de mercados en general.

1. Presentación de los datos del análisis

Con el propósito de compararlo matemática y visualmente con otras técnicas, se han escogido datos expuestos previamente en el *Journal of Marketing Research* (1986) por Douglas Carroll, Paul Green y Catherine Schaffer, para realizar un análisis de correspondencias. La tabla de datos escogida presenta observaciones (o frecuencias absolutas) con sus respectivos totales (ver tabla 4).

Una de las razones por la cual se han escogido estos datos es porque la inercia explicada en las dos primeras dimensiones corresponde al total de la inercia.

2. Presentación del programa de análisis utilizado

El *escalamiento doble* empieza a ser una técnica bastante conocida y utilizada en ciertas universidades norteamericanas. Existen varias versiones del programa DUAL1 escrito por Shizuhiko Nishisato en 1979, versiones que se han ido perfeccionando (Nishisato, 1980).

El programa integra matrices de datos, diversas tablas (incluso tablas de datos ordinales), ordenados por hileras, de comparaciones por pares y de categorías sucesivas.

El programa de *escalamiento doble* utilizado para el análisis de los datos presentes es la versión DUAL3 para computadora personal (PC) de la Universidad de Ottawa (Coulombe, s/f); este programa es totalmente interactivo.

3. Análisis de datos

Los datos previos han sido sometidos al análisis de los programas DUAL3 (Coulombe s/f), CA de análisis de correspondencias del paquete BMDP (s/f). A efectos de control y para gráficas, se han utilizado los paquetes SPAD (1984) en la versión PC de la Universidad Brigham Young (s/f), PC-MDS y el sistema CSS-graphics (s/f).

a) Análisis del listado del *escalamiento doble* (ver apéndice 1)

El listado del *escalamiento doble* se presenta de manera bastante sencilla; la primera página recoge los datos con los totales de los renglones y de las columnas y a continuación presenta la matriz C (ver II D) correspondiente a la matriz diagonal, donde la traza de C equivale a la suma de los valores propios.

Inercia total =

$$tr(C) = 0,5406 = 0,1378 + 0,2074 + 0,1954.$$

TABLA 4

FRECUENCIAS ABSOLUTAS*

RENGLONES	COLUMNAS			
	5	6	7	
1	1	5	1	7
2	5	1	3	9
3	2	10	2	14
4	1	1	7	9
	9	17	13	39

* PARA LOS DISTINTOS PORCENTAJES VER APÉNDICE.

La solución 1 corresponde a la presentación de la primera dimensión donde el cociente de correlación cuadrática (*squared correlation ratio*) corresponde a η_1^2 :

$$\eta_1^2 = 0.3780597$$

$$\eta_1 = \sqrt{0.3780597} = 0.6148656$$

y η_1 a la correlación máxima.

La varianza total para la dimensión 1 equivale a

$$\delta I = \frac{\eta_1^2}{tr(C)} = \frac{0.3780597}{0.5406243} = 0.69930208$$

El listado presenta seguidamente las coordenadas de renglones y columnas con base en vectores óptimos (no normalizados y normalizados) y ortogonales.

Se considerarán los pesos óptimos como coordenadas de los *puntos renglones y columnas*.

Los vectores renglones son calculados a partir de la ecuación

$$X_j = D^{-1/2} W_j$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, t.$$

y los vectores columnas por la ecuación

$$U_j = D_n^{1/2} Y_j$$

donde

$$Y_j = \frac{D_n^{-1} F X_j}{\eta_j}$$

$$U_j = \frac{D_n^{-1/2} F D^{-1/2} W_j}{\eta_j}$$

Se consideran los *puntos renglones y columnas* ponderados. Posteriormente, el listado presenta el χ^2 y una matriz de datos aproximados llamada también matriz de frecuencias teóricas seguida de la matriz residual.

El programa resta una dimensión suplementaria y vuelve a presentar la misma información hasta la extracción de toda la inercia (o varianza).

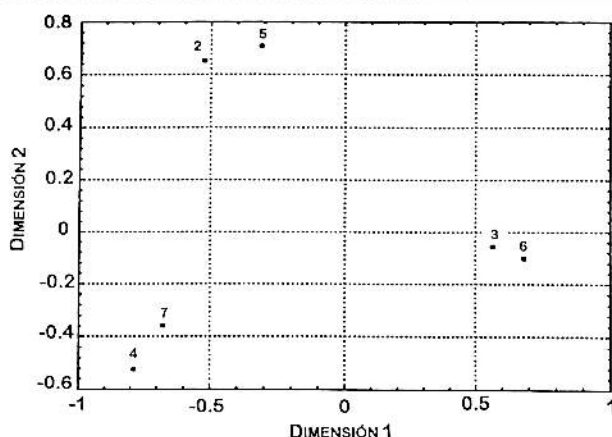
El χ^2 residual indicará si se pueden restar otras dimensiones. Si el χ^2 no es significativo no se continuará el análisis.

b) Análisis del listado de correspondencias según el programa CA (*correspondence analysis*) del paquete BMDP. Comparación de listados y gráficos (ver apéndice 2).

Se puede observar en el listado del paquete BMDP que la inercia explicada es idéntica a la calculada

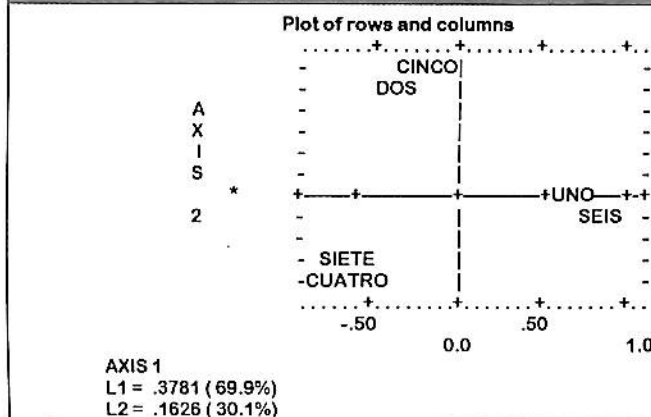
CUADRO 1

ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIAS SEGÚN EL ESCALAMIENTO DOBLE



CUADRO 2

ANÁLISIS DE CORRESPONDENCIAS BMDP



por el método del escalamiento doble, o sea 69.9% para la primera dimensión y 30.1% para la segunda, la inercia total es de 0.5406.

Las coordenadas de los *puntos renglones y columnas* son rigurosamente idénticas a las del listado del escalamiento doble (*optimal weighted vectors for rows and columns, solution 1 and solution 2*). Cada solución representa una dimensión o un eje.

Se puede observar también que el cuadro 1 y el cuadro 2 son rigurosamente idénticos.

El listado de BMDP presenta además información complementaria sobre el peso relativo de los renglones o líneas (MASS), la contribución de los renglones a la inercia total (INR, la suma INR para renglones o columnas = inercia total), las coordenadas (FACTOR), la correlación con el eje o la dimensión (COR2) y la contribución relativa a la inercia del eje (CTR) (Abascal y Grande, 1989).

Este listado es una versión modificada del presentado en el programa "SPAD" (1984) (Statistical Package for Analysis of Data) de Lebart, Morineau y Warwick (1984) comunmente usado en Europa (denominado "LADDAD") e inspirado por los trabajos del profesor J.P.Benzécri.

Conclusión

Se podría afirmar que el *escalamiento doble* constituye un enfoque diferente del análisis de correspondencias, porque está basado en el análisis de varianza y encaja bien en la teoría estadística tradicional, por oposición al enfoque de análisis por componentes principales de Benzécri, Lebart, Morineau (1984),

Tabart y Greenacre o al análisis canónico generalizado de McKeon (1966) Saporta (1980) y Leclerc.

El *escalamiento doble* es capaz de analizar cualquier tipo de datos, al igual que el análisis de correspondencias simples o múltiples; por ese simple hecho se convierte en una herramienta de gran utilidad para el análisis exploratorio en ciencias sociales y particularmente en la investigación comercial. ♦

APÉNDICE

APÉNDICE 1

Dual Scaling of Contingency Table

File Name: JMR86

Title of study: Ejemplo de Dual Scaling

Data Matrix:

1	5	1
5	1	3
2	10	2
1	1	7

Number of responses for rows:

7	9	14	9
---	---	----	---

Number of responses for columns:

9	17	13
---	----	----

Solution 1

Squared correlation ratio = .3780597

Maximum correlation = .6148656

Delta (Total Variance accounted for by 1 solution(s) = 69.93021%

Number of iterations = 14

Optimal/locally optimal weight vector (unweighted, weighted by eta) for:

ROWS	UNWEIGHTED	WEIGHTED	COLUMNS	UNWEIGHTED	WEIGHTED
1	0.9159	0.5632	1	-0.5070	-0.3117
2	-0.8541	-0.5252	2	1.1099	0.6825
3	0.9159	0.5632	3	-1.1005	-0.6766
4	-1.2831	-0.7889			

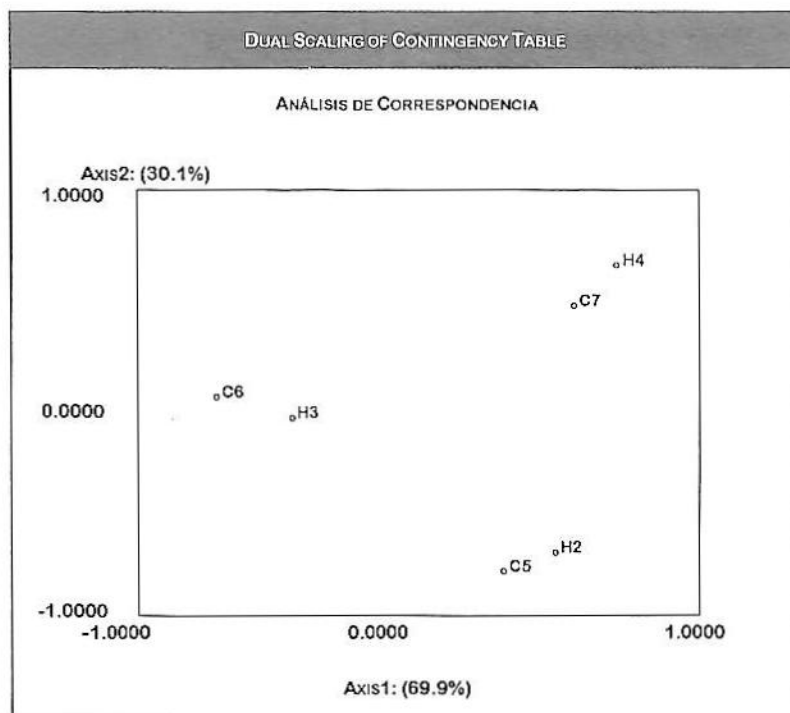
Orthogonal weight vectors (unweighted, weighted by eta) for:

ROWS	UNWEIGHTED	WEIGHTED	COLUMNS	UNWEIGHTED	WEIGHTED
1	2.4233	1.4900	1	-1.5210	-0.9352
2	-2.5623	-1.5755	2	4.5764	2.8139
3	3.4271	2.1072	3	-3.9677	-2.4396
4	-3.8492	-2.3667			

Matrix C for EIGEN equation:

0.1379		
-0.0900	0.2074	
-0.0117	-0.1623	0.1954

TABLA CRUZADA CON TOTALES MARGINALES				
COUNT	C5	C6	C7	TOTAL
ROW %	5	6	7	
COL %				
TOTAL %				
H1	1	5	1	7
1	14.29	71.43	14.29	17.95
	11.11	29.41	7.69	
	2.56	12.82	2.56	
H2	5	1	3	9
2	55.56	11.11	33.33	23.08
	55.56	5.89	23.08	
	12.82	2.56	7.69	
H3	2	10	2	14
3	14.29	71.43	14.21	35.90
	22.22	58.82	15.38	
	5.13	25.64	5.13	
H4	1	1	7	9
4	11.11	11.11	77.77	23.08
	11.11	5.89	53.85	
	2.56	2.56	17.95	
TOTAL	9	17	13	39
	23.08	43.59	33.33	100.00



Trace of C = 0.5406243

Order 1, residual matrix:

-0.15	0.04	0.11
2.37	-0.64	-1.73
-0.31	0.08	0.23
1.91	0.51	1.40

Solution 2

Squared correlation ratio = 0.1625685

Maximum correlation = 0.4031978

Delta (total variance accounted for by 2 solution(s)) = 100.0007%

Number of iterations = 2

Optimal/locally optimal weight vector (unweighted, weighted by eta) for:

ROWS	UNWEIGHTED	WEIGHTED	COLUMNS	UNWEIGHTED	WEIGHTED
1	-0,1350	-0,0544	1	1,7539	0,7072
2	1,6137	0,6506	2	-0,2493	-0,1005
3	-0,1350	-0,0544	3	-0,8882	-0,3581
4	-1,2988	-0,5237			

Orthogonal weight vectors

ROWS	UNWEIGHTED	WEIGHTED	COLUMNS	UNWEIGHTED	WEIGHTED
1	-0,3571	-0,1440	1	5,2618	2,1216
2	4,8411	1,9519	2	-1,0280	-0,4145
3	-0,5050	-0,2036	3	-3,2025	-1,2913
4	-3,8963	-1,5710			

Chi Square = 6.209552 with 2 degrees of freedom

Order 2 approximation of data matrix:

1.00	5.00	1.00
5.00	1.00	3.00
2.00	10.00	2.00
1.00	1.00	7.00

Order 2 Residual matrix:

0.00	-0.00	-0.00
-0.00	0.00	-0.00
0.00	-0.00	-0.00
-0.00	-0.00	0.00

APÉNDICE 2

Analysis of Observed Frequency Table

Total Inertia = Sum of Eigenvalues = 0.5406

AXIS	EIGENVALUE	% OF INERTIA	CUM %	HISTOGRAM
1	0.378	69.9	69.9	
2	0.163	30.1	100.0	

Maximum Number Of Factors To Extract	2
Cut-Off Tolerance	90.00%
Number Of Factors Accounting For Inertia	90.00% Of 2
Number Of Factors Actually Extracted	2
Chisquare Value With 6 DF =	21.084
Chisquare Associated P-Value =	0.002

CA Análisis de correspondencias

ROWS

ROW	NAME	MASS	QLT	INR	FACTOR	COR2	CTR	FACTOR	COR2	CTR
					Axis 1			Axis 2		
1	UNO	0.179	1.000	0.057	0.563	0.991	0.151	-0.054	0.009	0.003
2	DOS	0.231	1.000	0.161	-0.525	0.395	0.168	0.651	0.605	0.601
3	TRES	0.359	1.000	0.115	0.563	0.991	0.301	-0.054	0.009	0.007
4	CUATRO	0.231	1.000	0.207	-0.789	0.694	0.380	-0.524	0.306	0.389

CA Análisis de correspondencias

COLUMNS

COL.	NAME	MASS	QLT	INR	FACTOR	COR2	CTR	FACTOR	COR2	CTR
					Axis 1			Axis 2		
1	CINCO	0.231	1.000	0.138	-0.312	0.163	0.059	0.707	0.837	0.710
2	SEIS	0.436	1.000	0.207	0.682	0.979	0.537	-0.101	0.021	0.027
3	SIETE	0.333	1.000	0.195	-0.677	0.781	0.404	-0.358	0.219	0.263

BIBLIOGRAFÍA

- Abascal, E. y Grande, I. (1989). *Métodos multivariantes para la investigación comercial*. Ariel Economía. Barcelona. pp. 83-121.
- BMDP. (s/f). "Biomedical Package", en *Statistical Software Inc.* Los Angeles, CA.
- Carroll, D. y Green, P. (1988). "An INDSCAL based approach to multiple correspondence analysis", en *Journal of Marketing Research*. Vol. 25, Núm. 2. pp. 193-203.
- ____ y Schaffler, C. (1986). "Interpoint distance comparisons in correspondence analysis", en *Journal of Marketing Research*. Vol. 23, Agosto. pp. 271-279.
- Coulombe, D. (s/f). *Éléments de structures relationnelles en psychologie, programmes d'analyse des données pour ordinateurs personnels*. Ecole de Psychologie. Université d'Ottawa.
- CSS-Graphics. (s/f). "Complete Statistical System". Statsoft, Tulsa, OK 74104, USA.
- Hoffman, D. y Franke, G. (1986). "Correspondence analysis: graphical representation of categorical data in marketing research", en *Journal of Marketing Research*, agosto. pp. 213-227.
- LADDAD. (s/f). *Logiciel de l'Association pour le Développement et la Diffusion de l'Analyse des Données*. ADDAD. Paris.
- Lebart, L.; Morineau, A. y Warwick, K. (1984). *Correspondence analysis and related techniques for large matrices*. John Wiley and Sons. New York.
- Nishisato, S. (1976). *Optimal scaling as applied to different forms of data*. Ontario Institute for Studies in Education, technical report 4, Toronto.
- ____ (1980). *An analysis of categorical data: dual scaling and its applications*. University of Toronto Press.
- PC-MDS. (s/f). "Package for Multidimensional Data". Stuart Smith, Brigham Young University. Provo, Utah.
- SPAD. (1984). "Statistical Package for Analysis of Data". Lebart, L. Morineau, A. Wiley and Sons.
- Tenenhaus, M. y Young, F. (1985). "An analysis and synthesis of multiple correspondence analysis, optimal scaling, dual scaling, homogeneity analysis and other methods for quantifying categorical multivariate data", en *Psychometrika*. Vol. 50, Núm. 1, marzo. pp. 91-119.