

El fenómeno recurrente de Tsingou, Fermi, Pasta, Ulam y el Déjà vu

Máximo Agüero*, María de Lourdes Nájera** y Fernando Ongay***



Recepción: 19 de octubre de 2009
Aceptación: 14 de mayo de 2010

* Facultad de Ciencias, Departamento de Física, Universidad Autónoma del Estado de México, México y T-Division, Los Alamos National Laboratory, USA.
** Plantel Nezahualcóyotl, Universidad Autónoma del Estado de México, México.
*** Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas, Universidad Autónoma del Estado de México, México.
Correos electrónicos: makxim@gmail.com; malourdesnl@yahoo.com y fernando_ongay@yahoo.com.mx
Este trabajo fue apoyado en parte mediante el Proyecto CONACyT-México para realizar la estancia sabática de MA en la T-Division, Los Alamos National Laboratory, USA.

Resumen. Se proporciona una visión divulgativa de la investigación para comprobar el teorema ergódico sobre la equipartición de la energía en un sistema de muchos grados de libertad.

Tsingou, Fermi, Pasta y Ulam (TFPU), en Los Álamos, New Mexico, durante los años de la segunda postguerra, estudiando el fenómeno de transmisión de calor en sólidos y con el fin de comprobar el teorema ergódico, se apoyaron en cálculos numéricos sobre un sistema discreto de masas unidas por fuerzas no lineales. Encontraron un fenómeno extraño que fue denominado como fenómeno recurrente de TFPU. Esta investigación puso la primera piedra angular en el rápido desarrollo de la física no lineal con estructuras de ondas solitarias y también en el nuevo método de investigación mediante la experimentación numérica. El fenómeno recurrente podría tener su análogo en la sensación repentina fisiológica llamado “Déjà vu”.

Palabras clave: solitones, TFPU, las ondas no lineales, experimento computacional, soluciones numéricas, Déjà vu, los modelos de red.

Introducción

Cuando te acercas a Los Álamos, y si te vas aproximando desde Santa Fe por la carretera N84-285, súbitamente al pasar por el puente del río Grande, te encuentras con un camino empinado con curvas y entonces se aminora tu velocidad. Poco a poco te vas adentrando entre los cañones y tomando altura. Al llegar a un tramo del camino con precipicios y curvas bastante pronun-

Tsingou, Fermi, Pasta and Ulam Recurrent Phenomena and the Déjà vu

Abstract. We provide in this contribution with an informative overview of the research to verify the ergodic theorem on the equipartition of energy in a system of many degrees of freedom. Tsingou, Fermi, Pasta and Ulam (TFPU) in Los Alamos, New Mexico back in the second post-war years, have studied the phenomenon of heat transfer in solids. They have done this research for verifying the ergodic theorem, by means of numerical calculations based on a discrete system of masses connected by nonlinear forces. They discovered a strange phenomenon that was named a posteriori as TFPU recurrent phenomenon. This research laid the cornerstone in the rapid development of the nonlinear solitary wave theories and also in the new method of research by means of numerical experimentation. It was assumed, that this recurrent phenomenon may have its analogue in the physiological sensation called “Déjà vu”.

Key words: solitons, TFPU, nonlinear waves, computational experiment, numerical solutions, Déjà vu, lattice models.

ciadas, el paisaje se torna extraño como si hubiese pasado por ahí un cuchillo gigante y cortado los valles a su antojo.

Los cañones y las formas extrañas que se vislumbran, fue lo que dejó la incandescente lava de hace millones de años atrás. Estas formas son como heridas dejadas en la superficie terrestre. Esto contribuye al paisaje enigmático de este lugar, en el cual se encuentra la ciudadela de Los Álamos, cuya ubicación entre cañones le da cierto aspecto de inaccesibilidad. En la

otra porción de terreno se encuentra el Laboratorio Nacional de Los Álamos (LANL). Aquí se llevan a cabo experimentos que han proporcionado a la humanidad nuevas tecnologías y nuevas concepciones sobre el devenir del universo. Además en este laboratorio se crearon las bombas atómicas lanzadas en Hiroshima y Nagasaki, allá por los fines de la segunda guerra mundial. Este proyecto fue encabezado por Robert Oppenheimer, quien escogió Los Álamos porque conocía el lugar debido a sus continuas visitas para recuperar su salud, la cual estaba debilitada por un padecimiento de asma.

Un dato curioso del LANL refiere que como el trabajo de los físicos de aquella zona era secreto, todo debía de cubrirse con un manto de misterio. Si la familia de un científico o trabajador del laboratorio recibía el permiso de vivir en Los Álamos, entonces esta familia ya no podría abandonar el lugar. Además a los científicos les dieron otros apellidos y códigos militares. Por ejemplo, el General Groves tenía varios sobrenombres: “consuelo” y “99”; Artur Kompton se llamaba “A.X. Comas” y a veces “A. Holly”; William Parsons se llamaba “juez”; Niels Bohr era “Nicola Baker” y Enrico Fermi era “Henry Fomer”. Al Laboratorio LANL lo denominaban “Site Y”.

En esta ocasión nos restringiremos a examinar un fenómeno bastante peculiar (que tuvo su origen en este laboratorio), que hasta la fecha ha motivado la aparición de varias teorías que podrían explicarlo. Se trata de un fenómeno que fue analizado numéricamente, y originó el cálculo computacional aplicado a ideas físicas, es decir, fue posiblemente la primera simulación computacional de un fenómeno físico.

En nuestra época esto no es novedad, ya que cualquier investigador puede realizar importantes simulaciones sobre fenómenos físicos con unos cuantos paquetes de código dispersos en internet. Sin embargo, en esa época de rápido desarrollo de la computación, al unísono con la aplicación de conocimientos en materia nuclear, uno de los cerebros de la creación del arma nuclear, Enrico Fermi, propuso a John Pasta y Stanislaw Ulam y Tsingou (unos científicos involucrados en las cuestiones

matemáticas de los reactores), el uso de la computación para simular numéricamente la idea física del momento: la teoría ergódica o de equipartición de la energía. En ese entonces, se creó específicamente para fines del famoso proyecto de Manhattan o sea para realizar cálculos en la creación de las bombas atómicas, una computadora llamada MANIAC (Mathematical Analyzer, Numerical Integrator and Computer),¹ que Fermi y colaboradores usaron para comprobar la mencionada teoría física en 1955. Como todo lo nuevo estaba clasificado, esta investigación también lo estuvo y, por lo tanto, no era accesible al público científico en general.

1. Modelación matemática

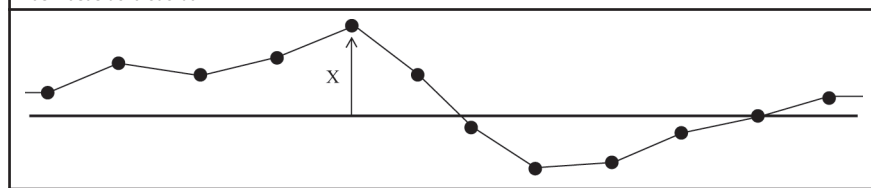
Motivados por un estudio sobre la propagación del calor en sólidos, se decidió estudiar las vibraciones de una cuerda bajo la influencia de fuerzas internas no lineales.

El objetivo principal de Fermi y colaboradores era justamente comprobar usando la nueva computadora MANIAC, la teoría de equipartición de la energía. Como analizar las colisiones de un gas era demasiado complicado, entonces decidieron usar un modelo matemático de un sistema físico simple que no fue sino una cuerda discreta. Se propuso que si se le inyecta energía desde fuera a un sistema de 32 partículas formando esta cuerda, la energía se distribuiría equitativamente entre todos los modos de vibración. Esto se llevaría a cabo —según la hipótesis de Tsingou, Fermi, Pasta y Ulam (TFPU)— debido a la interacción entre las masas vecinas mediante fuerzas internas no lineales (Fermi *et al.*, 1965) (figura 1).

Pero ¿qué son las fuerzas no lineales? podríamos empezar diciendo que son distintas de las lineales, pero, ¿y estas últimas qué son? Aclaremos este punto. Veamos por ejemplo un cristal. Las moléculas de cristal están colocadas en forma ordenada en lugares específicos. La manifestación del movimiento de las moléculas del cristal es lo que llamamos temperatura. Se observa que los átomos o moléculas del cristal están oscilando alrededor de posiciones de equilibrio.

Experimentalmente se ha encontrado que para pequeños desplazamientos de las moléculas o átomos desde sus posiciones de equilibrio, las fuerzas que oponen resistencia a que estos desplazamientos ocurran, son proporcionales a estos desplazamientos. Por ejemplo, denotemos a la fuerza interna como $T(x)$, donde x denota el desplazamiento desde la posición de equilibrio. Una dependencia lineal entre T y x estará dada por la fórmula de Hooke $T(x) = a \cdot b$,

Figura 1. Modelo discreto de la cuerda, x nos representa la desviación de la posición de equilibrio de una de las masas de la cuerda.



1. R. Feynman y N. Metropolis promovieron su construcción debido a que estaban exasperados por la lentitud de las calculadoras mecánicas usadas en el Proyecto Manhattan. Esta computadora realizaba 104 operaciones por segundo, que puede ser comparada con las 108 operaciones por segundo que realiza una computadora personal actual.

siendo a una constante que en muchos casos se obtiene experimentalmente. Supongamos ahora que tenemos un resorte que tiene unida una masa a uno de sus extremos, y el otro extremo del resorte está sujeto a la pared, y colocamos todo esto sobre una mesa. Si jalamos un poco la masa y la soltamos, entonces, en el caso hipotético de ausencia de fricción, esta masita realizaría un movimiento oscilatorio indefinidamente. Por otro lado, las fuerzas no lineales serán aquellas que muestran matemáticamente dependencias distintas a las de Hooke. Por ejemplo, una fuerza no lineal sería una fuerza que depende del desplazamiento como una función cuadrática, cúbica, logarítmica, etcétera.

Como se mencionó TFPU tomaron 32 partículas (o átomos) y los unieron mediante hipotéticos resortes argumentando que entre las masas vecinas actuaban fuerzas no lineales de las siguientes formas:

En el primer caso se tomó una función no lineal cuadrática (caso alpha)

$$T = x + \alpha x^2$$

En el segundo caso de fuerzas se usó (caso beta)

$$T = x + \beta x^3$$

Y también una combinación de ambas, y en el tercer caso se supuso que la función $T(x)$ era una función lineal segmentada.

El efecto de los términos no lineales pequeños αx^2 y βx^3 era “perturbar” el comportamiento periódico del caso lineal visto más arriba (resorte con masa, sobre una mesa). Aquí se consideran los modos de oscilación como analogías de moléculas en un gas, y a la fuerza no lineal como analogía de las colisiones (como las colisiones, estas fuerzas proporcionan el intercambio de energía).

Como ya mencionamos, TFPU decidieron verificar la equipartición de la energía entre todos los posibles modos de oscilación de esta cuerda discreta. De esta forma, crearon este modelo matemático de un cristal unidimensional, consistente en una cadena de partículas de masas unitarias atadas entre sí por resortes que originan fuerzas no lineales. Esto quiere decir lo siguiente, que TFPU pensaron que debido a estos términos no lineales, la energía introducida en el primer modo de oscilación (denotémosle como $k = 1$), se iría filtrando lentamente hacia otros modos, hasta que la equipartición de la energía predicha por la física estadística se llevara a cabo.

2. Distribución equitativa de la energía

El teorema de la distribución equitativa de la energía o teorema ergódico, surgió al estudiar un sistema termodinámico compuesto de N partículas, donde cada una intercambia su energía a través de múltiples colisiones. El tiempo de relajación para alcanzar un estado de equilibrio equiparticionado se determina por la colisiones entre las N moléculas confinadas en el volumen.

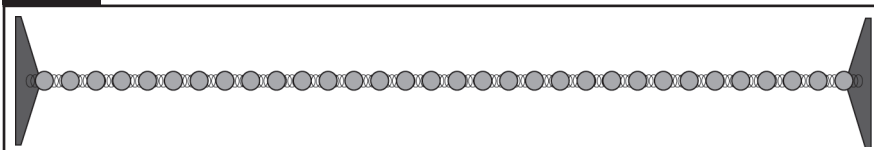
Veamos un poco de historia: en 1871, Boltzmann introdujo la hipótesis ergódica como un primer acercamiento al entendimiento de las propiedades macroscópicas de los cuerpos a partir de la física de sus componentes microscópicos.

A la hora de afrontar el estudio desde el punto de vista de la mecánica estadística, hay que tener en cuenta que se promedian comportamientos de colectivos de sistemas mecánicos idénticos, para realizar esto se construye un espacio de fases, el cual se forma por las coordenadas de las posiciones y los momentos de cada componente del sistema estadístico. Entonces, un punto en el espacio de fases constituye un estado físico completo del sistema.

Por lo tanto, suponiendo que el mundo microscópico se describe por la mecánica de Hamilton (una versión generalizada simétrica de la ecuación famosa de la segunda ley de Newton), la hipótesis ergódica afirma que: “si al sistema se le deja sólo en su estado actual de movimiento, tarde o temprano pasará por todos los estados determinados por el conjunto de sus posiciones e impulsos de todas las partículas”. Dicho de otro modo sería que todo sistema aislado y abandonado a su suerte tarde o temprano pasará por toda la fase relacionada con la ecuación de su energía.

En términos físicos modernos esto podría indicar que cada trayectoria de fase de un sistema ergódico hamiltoniano al final barrerá todo el espacio del nivel energético desde donde empezó su movimiento. De la teoría de la medida, ahora sabemos que esto no es estrictamente verdadero si la dimensión del conjunto de nivel energético es mayor que la unidad. Sólo sabemos que la trayectoria ocupará el espacio del nivel energético muy densamente. Mucho después, en 1930 la idea inicial de Boltzmann sobre la ergodicidad fue ampliada precisamente por Von Neumann y Birkhoff, pero en términos de sistemas dinámicos.

Figura 2. Modelo de TFPU donde se aprecia a las 32 masas unidas a través de resortes.



El concepto de equipartición surge entonces del estudio de sistemas mecánicos al principio, pero después se aplica a sistemas estadísticos de muchos cuerpos. Cuando se tiene un conjunto de partículas o de objetos, entonces a cada tipo posible de movimiento se le puede asignar un valor energético. Por ejemplo, una partícula se puede mover en tres direcciones, además puede rotar alrededor de algún eje perpendicular a tres planos. A todos estos tipos de movimiento se les llama grados de libertad. Éstos a su vez, contienen energía o mejor dicho para que ocurran es necesario que se tenga una energía apropiada. En promedio, según este principio de equipartición, cada uno de los grados de libertad tiene un valor energético igual a los demás.

Al respecto, existen métodos específicos para calcular esta energía para sistemas estadísticos y para sistemas de muchos componentes. Por ejemplo, sea que tengamos un gas de un solo tipo de átomos, a éste se le llama gas monoatómico. La siguiente aproximación es considerar que estos átomos sean puntuales, entonces no habrá rotación o mejor dicho estas rotaciones las desechamos. Las partículas sólo podrán moverse en tres direcciones. En cada dirección la energía promedio

de las partículas es $\frac{3}{2} kT$ siendo T la temperatura absoluta en grados Kelvin y k la constante de Boltzmann.

Entonces, por lo anterior, si a un sistema de muchas partículas se le inyecta energía desde afuera, debido a las múltiples interacciones entre los componentes de este sistema, en promedio estadístico según la teoría ergódica, la energía que se le está adicionando se repartirá por todos los modos posibles de movimiento que haya en el sistema, es decir por todos los grados posibles de libertad.

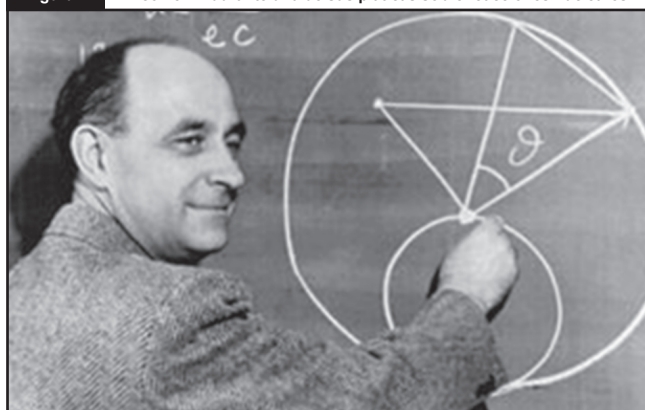
3. Enrico Fermi, Stanislaw Ulam, John Pasta y Mary Tsingou

Comúnmente el trabajo sobre la evolución de las oscilaciones de las masas unidas por resortes formando una cadena de 32 partículas, realizado en forma numérica, se le asigna solamente a tres autores: Fermi, Pasta y Ulam (FPU). Sin embargo, en la primera página del reporte de Los Álamos publicado en 1955 se escribe: "Report written by Fermi, Pasta and Ulam. Work done by Fermi, Pasta, Ulam and Tsingou" (Fermi *et al.*, 1965). Se ve claramente que hay una cuarta persona: Tsingou.

Figura 3. Mary Tsingou cuando trabajaba en LANL.



Figura 4. Enrico Fermi durante una de sus pláticas sobre reacciones nucleares.



2. Dentro de LANL existen varias divisiones identificadas por los prefijos: T = Teórico; C = Cómputo; X = Armamento.

3.1. Mary Tsingou

Es la cuarta persona que aparece en el inicio del reporte. Fue asignada a trabajar en la T-Division² y en LANL, en donde interactuó con J. Pasta, y en algunas ocasiones con Fermi debido a que era amiga de Nella, la hija de éste que vivía en Los Álamos (Thierry, 2008). Ella estaba involucrada en problemas de armamento nuclear, pero paralelamente realizaba códigos para programar en el MANIAC, que era bastante limitado porque sólo permitía 1 000 palabras. De hecho el algoritmo para realizar el experimento numérico sobre la cuerda no lineal fue hecho por ella. El reporte de FPU nunca fue publicado y casi cae en el olvido, de no ser por otros matemáticos involucrados en problemas no lineales que aparecieron más adelante. Quizás Mary no contribuyó a la escritura del reporte, y tal vez sea ésta la razón por la que no aparece como coautora del mismo. En ese mismo tiempo, Fermi cayó enfermo y falleció, por lo que entonces el artículo no fue escrito formalmente.

3.2. Enrico Fermi

Famoso por sus contribuciones a la física estadística, la física de partículas y el control de la energía nuclear debido a la fisión. Recibió el premio Nobel en 1938 y dejó a la Italia fascista aprovechando el viaje que hizo a Suecia a recibir el premio y se estableció en Estados Unidos, en Chicago. En 1942 realizó por primera vez una reacción controlada de la fisión nuclear. Fue uno de los líderes del Proyecto Manhattan para la creación de armamento nuclear en LANL.

3.3. John R. Pasta

No tuvo mucha suerte en cuanto a su carrera de físico. En el periodo de la gran depresión tuvo que salir del New York City College, y trabajó como policía en New York desde 1941 hasta 1942. Posteriormente fue reclutado como especialista en radares y criptografía por el ejército de los Estados Unidos en 1951. Trabajó inmediatamente en problemas de codificación para el computador MANIAC. Su carrera siempre estuvo involucrada en problemas computacionales hasta que finalmente se asentó en la Universidad de Illinois, donde se concentró en la aplicación de computadoras a solucionar problemas de física aplicada y matemática.

3.4. Stanislaw M. Ulam

Realizó su tesis doctoral bajo la tutela del famoso matemático Banach. Continuamente visitaba los Estados Unidos bajo la invitación de Von Neumann, y este último le invitó además a unirse al selecto grupo de científicos en el proyecto Manhattan. Él fue quien solucionó el problema inicial de la fusión en la bomba de hidrógeno, que modificó el esquema inicial propuesto por Edward Teller, que según Ulam no iba a funcionar. Hay un poema de Susan H. Case en su libro *Scottish Book* dedicado a Ulam, en el cual hay un párrafo muy intrigante acorde con su personalidad: “*I do the big ideas now// he tells his students// the details are for others...*”

4. Resultados del experimento numérico

Volvamos ahora a nuestro problema. Una vez construidos los algoritmos y llevados al código de la máquina para procesarlos, se obtuvieron resultados bastante desalentadores. La duración de sus cálculos fluctuó entre 10 000 y 82 500 pasos de cómputo. Pero, contrario a lo que esperaban encontrar, la máquina entregó resultados inesperados. La energía no se termaliza, es decir, no ocurre la distribución equitativa de la energía cuando se tiene este tipo de sistemas no lineales. Pero entonces, ¿qué es lo que se obtiene? la energía inicialmente empieza a distribuirse en el primer modo, luego pasa al segundo que es de oscilación, y así sucesivamente, pero en el tercero y cuarto se detiene el proceso, y súbitamente regresa al estado inicial de la distribución de energía. Esto es bastante insólito. No se cumple la teoría ergódica. ¿Qué está pasando entonces? después de 157 periodos toda la energía parecía que siempre regresaba al primer modo de oscilación, como se muestra en la figura 7. Y este proceso se repite,

por lo tanto, claramente se observa un fenómeno recurrente, es decir, se regresa hacia estados anteriores. Para entender por qué es insólito este fenómeno basta hacer el siguiente ejercicio: si tenemos una varilla de metal y la calentamos por un extremo, entonces después de un cierto tiempo el calor se propagará por toda la varilla, y no esperamos obviamente que el calor se detenga bruscamente y retorne luego al lugar de donde partió, por eso la recurrencia de TFPU es “contra-intuitiva” e inesperada.

La solución del fenómeno recurrente de TFPU se buscó en dos principales líneas de investigación. Por una parte investigadores como J. Ford se enfocaron en la dinámica de los

Figura 5. John Pasta, en la época de trabajo en el proyecto Manhattan.



Figura 6. Stanislaw M. Ulam. Con el fondo de la ciudad de Santa Fe.

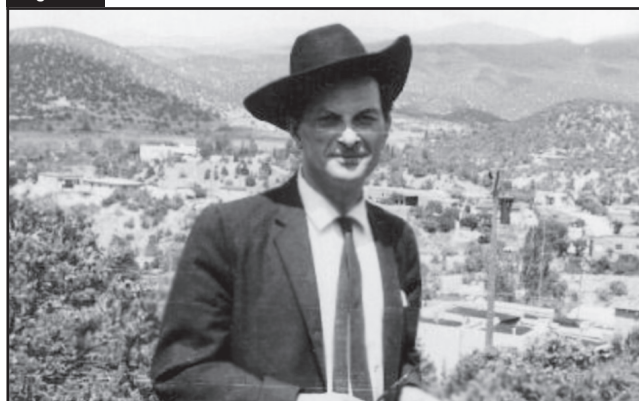
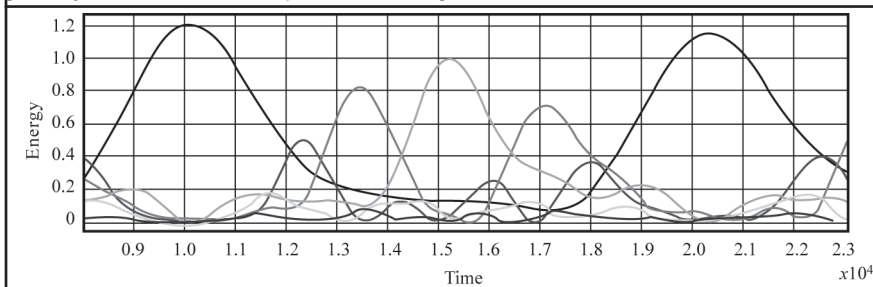


Figura 7. La energía, una vez asimilada pasa de la curva negra a las otras curvas: gris 40%, gris 60%, después gris 80% y nuevamente se vuelve a repetir con la curva negra.



modos de Fourier, buscando condiciones no resonantes que explicarían la ineficacia del transporte de energía.

Además el teorema anunciado por Kolmogorov y probado por Moser y Arnold (KAM) (Kolmogorov, 1954) que establece que la mayoría de las órbitas de un sistema hamiltoniano débilmente perturbado integrable quedarían cuasi periódicas, tampoco pudo dar una explicación cuantitativa hasta el momento de este fenómeno de TFPU. Pero, Izrailev and Chirikov (Izrailev, 1966) usando esta teoría de KAM obtuvieron cierto “umbral” perturbativo más allá del cual si la perturbación es suficientemente fuerte entonces la recurrencia de TFPU desaparece. Pero según Shepelyanski (Shepelyansky, 1997), es posible también observar la recurrencia de TFPU incluso a bajas frecuencias. Estos importantes esfuerzos fueron investigados por varios autores durante los últimos años, con argumentos contradictorios en favor y en contra de la recurrencia, por lo que podemos decir en relación con esta línea de investigación, que todavía no existe una conclusión definida hasta el momento.

La otra línea de investigación, la llamada el *límite continuo* conduce a la solución de la TFPU paradoja. Esto quiere decir que cuando se introduce energía en los primeros modos de oscilación, se excitan ondas solitarias (o solitones) estudiados por Zabusky y Kruskal (ZK) (Zabusky, 1965) de Princeton que impiden la distribución de la energía a los otros modos superiores (Dauxois, 2005). Dicho de otro modo, los solitones impiden el surgimiento del caos.

ZK usaron computadoras más avanzadas y ecuaciones mejoradas discretas del modelo de TFPU. En el límite continuo, de la ecuación discreta de la cuerda no lineal ellos llegaron a obtener una ecuación, conocida ahora como ecuación de Korteweg y De Vries (KDV) para la descripción de las ondas que se propagan a lo largo de la cadena no lineal de TFPU. Usando la descomposición de Taylor en las discretizaciones, recuperaron ecuaciones no lineales en diferencias, del tipo usado por TFPU. Así, cuando consideraron una cadena de TFPU tipo α , ellos llegaron a la ecuación KDV, y al considerar una cadena tipo β , encontraron la ecuación modificada de Korteweg y De Vries.

La ecuación de KDV tiene la forma siguiente:

$$u_t + 6uu_x + u_{xxx} = 0$$

donde u denota el desplazamiento de la posición de equilibrio de cualquier punto de la cadena y x , t las variables espacial y temporal respectivamente. Al resolver esta ecuación obtendremos resultados en el espacio y tiempo de los desplazamientos de cualquier punto que deseemos de la cadena.

Esta ecuación de KDV es un sistema “integrable” (es decir, que se puede obtener su solución para cualquier condición inicial), y entre sus soluciones están las estructuras peculiares, llamadas “solitones”. El solitón es el resultado de la mutua

interacción entre la no linealidad que tiende a juntar a los modos de oscilación y la dispersión que tiende a desvanecerlos, y del balance delicado de estas fuerzas antagónicas surgen estas estructuras (Agüero *et al.*, 2002).

Al analizar las soluciones de la ecuación de KDV se observa el siguiente proceso. La condición inicial sinusoidal provoca la aparición abrupta que posteriormente se rompe en una serie de pulsos, que son los solitones. Estos solitones preservan sus formas y velocidades durante sus movimientos en el sistema finito con condiciones periódicas de frontera. De tiempo en tiempo, éstos regresan a las posiciones que tenían inicialmente, restaurando la condición inicial. Esto es el motivo por el cual se observa la recurrencia de TFPU.

En nuestros días, la ecuación de KDV es muy conocida y estudiada ampliamente en muchos sistemas no lineales. Por ejemplo, esta ecuación describe ondas de pequeña amplitud, así como también ondas de grandes periodos en redes cristalinas.

El resultado de este experimento numérico, originó una nueva vertiente de la física matemática con el concepto de los solitones, y muchos aspectos del fenómeno del caos, y además por primera vez se realizó un experimento numérico o simulación numérica como actualmente se conoce.

La computadora ahora no sólo se usa para hacer grandes cálculos, sino también para probar teorías físicas sobre procesos de la naturaleza. Claro está que estos experimentos numéricos no poseen la complejidad de los procesos que modelan, pero en muchos casos predicen aspectos que después se usan como paradigmas en verdaderos experimentos físicos. Incluso se rehacen experimentos si se obtienen resultados contrarios a los predichos por los experimentos numéricos.

Retomando la idea de la recurrencia podemos ahora preguntarnos: ¿ocurrirá algo semejante en nuestra vida diaria? Contrario a lo que podría pensarse, y de forma quizás bastante rara, este fenómeno tiene su contraparte en una sensación fisiológica que han denominado “Déjà vu”.

5. El Déjà vu

Este fenómeno bastante intrigante todavía no tiene una explicación clara y contundente del porqué se da en muchos de los humanos. A muchas personas les ha pasado que al visitar lugares que conscientemente están seguros que no conocían, ocurre que tienen una sensación de que ya “antes” habían estado en ese lugar y lo habían visto, es decir se les hace familiar. Esto es un Déjà vu, del francés que significa “ya lo vi”, es decir, como que “retornamos” a un estado anterior de nuestra conciencia en el cual se encontraba esa sensación de haber “visto” el paisaje. Como ya lo mencionamos, no existe actualmente una explicación contundente de este fenómeno.

Una explicación curiosa del fenómeno es que debido a la diferencia de llegada de la señal luminosa a través de ambos ojos conlleva a la sensación de haber visto el paisaje antes. Si esto fuera cierto, entonces estaríamos sintiendo este Déjà vu a cada instante, lo cual no es común. Este término fue acuñado por Émile Boirac (1851-1917) en su libro *L'Avenir des Sciences Psychiques* (*The Future of Psychic Sciences*).³

Como vemos el Déjà vu es un fenómeno parecido al de recurrencia, es decir, “regresamos” a un estado “anterior” de nuestra conciencia observando nuevamente el paisaje (estado actual) que está frente a nosotros. ¿Cómo es posible esto? En física, específicamente en el experimento de TFPU ya se tiene algo semejante al Déjà vu. Pero no sólo en esta cuerda no lineal que hemos estado explicando más arriba se da un paralelismo con el Déjà vu, sino que también en otros procesos físicos. Por ejemplo en óptica no lineal.

Veamos esto rápidamente. Como se reporta en *Physical Review Letters*, Van Simaey y colaboradores (2001) han descubierto este fenómeno en un experimento con fibras ópticas. Pero en este caso ya no se usa la ecuación de KDV y de Vries, sino que entra a tallar ahora otra ecuación importante llamada Ecuación de Schrödinger No lineal (ENS) que también posee soluciones solitónicas. Pero no solamente los solitones están ligados al problema del Déjà vu. Ocurre que si se perturba (ondas secundarias) a la onda inicial de ENS, las ondas lineales soluciones de ENS se descomponen en pequeños paquetes de ondas. A este proceso se le conoce como inestabilidad modulacional. El punto crucial es que cuando se tiene una onda secundaria regular (de un solo modo), después de crecer hasta un límite máximo de amplitud, la perturbación se reduce y eventualmente desaparece. Entonces si esto ocurre, la onda inicial reaparece completamente en orden inverso. Esencialmente vemos algo semejante a la recurrencia de TFPU que en este caso es una solución periódica de la ecuación de Schrödinger y obviamente la teoría está bien establecida al respecto (Akhmediev, 1986).

Experimentalmente la recurrencia fue difícil de mostrar, pero el equipo de Van Simaeyis logró la recurrencia usando luz en fibras ópticas analizando la estabilidad modulacional en este sistema. Se inyecta energía en el modo central de frecuencia como la entrada *or input* en la fibra óptica. La energía se distribuye entre las demás componentes de la frecuencia aledañas a la central y después la energía fluye hacia atrás hacia el modo original así como se muestra en la figura 8.

Conclusiones

¿Por qué el sistema de TFPU es considerado muy especial?

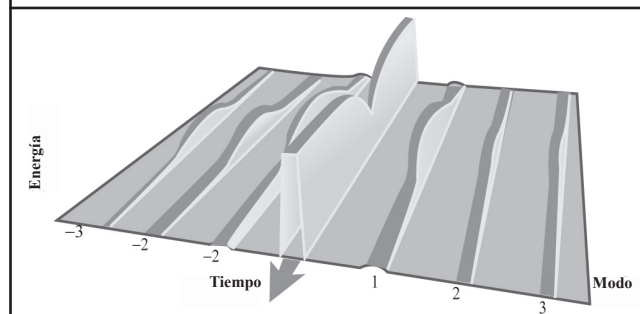
Este modelo matemático de la cuerda es sólo una idealización de una situación física real. El sistema discreto es

sólo un modelo de la cuerda, y por consiguiente cualquier cálculo computacional está sujeto a errores numéricos y de rutina. Como se sabe, las cuestiones filosóficas alrededor de los experimentos de simulación y lo concerniente a la simulación matemática todavía están en proceso de discusiones. Pero es un hecho que el estudio del TFPU dio nacimiento a un nuevo método para estudiar las leyes físicas de la naturaleza. Los dos primeros métodos son bien conocidos: la física teórica y experimental. El nuevo método fue predicho por Ulam y ha sido discutido en su libro *Adventures of a Mathematician*. Una vez dada la explosión de la tecnología computacional, él propuso un nuevo tipo de cooperación sinérgica entre los físicos y la computadora. Aparte de su uso normal de computadoras como una herramienta para el cálculo de integrales, funciones, ecuaciones diferenciales etc. La nueva regla de las computadoras consiste en el estudio de sistemas físicos *ab initio*, comenzando desde modelos dados e investigando sus propiedades variando sus parámetros, fuerzas, condiciones iniciales etcétera.

Este tipo de actividades fue marcado e iniciado por el trabajo de TFPU como “experimento numérico”, luego fue usado extensamente por Chirikov para enfatizar la diferencia entre los estudios experimentales y teóricos. Por otro lado, la no equipartición de la energía, dio lugar al desarrollo ulterior de teorías solitónicas en varios niveles de organización de la materia, de teorías del caos, etc. Un paradigma que sigue causando revuelo por las contundentes apariciones en sistemas no lineales que modelan procesos no sólo físicos, sino también biológicos, químicos, económicos, sociales, etc. La aparición del fenómeno recurrente del TFPU se debe según estudios posteriores y ya lo mencionamos, en el *límite continuo* a que los modos iniciales de oscilación de la cuerda estudiada están ligadas con el surgimiento de soluciones denominadas ondas solitarias o solitones, que se oponen al caos.

fig. 8

Figura 8. La energía de un pulso óptico se va distribuyendo por otras frecuencias para que después de un tiempo esta energía se vuelva a concentrar formando el pulso inicial (según la flecha del tiempo).



3. Se puede consultar, para ampliar más la visión sobre el tema en Brown, 2004.

- Agüero, M.; J. Fujioka y L. Ceciliano (2002). "La antisoledad de la onda solitaria", *CIENCIA ergo sum*. Vol.9, Núm. 2.
- Akhmediev, N. N. y A. Ankiewicz (1997). *Solitons Nonlinear Pulses and Brems*. Chapman and Hall, London.
- Akhmediev, N. N. y V. I. Korneev (1986). "Modulation Instability and Periodic Solutions of the Nonlinear Schrödinger equation", *Theor. Math. Phys.* Vol. 69, Núm. 2.
- Brown, A. S. (2004). *Deja Vu Experience: Essays in Cognitive Psychology*.
- Dauxois T. y M. Peyrard (2005). *Physics of Solitons*. Cambridge University Press
- Fermi E.; J. Pasta y S. Ulam (1965). "Studies of Nonlinear Problems I", *Los Álamos report LA-1940* (1955), published later in *Collected Papers of Enrico Fermi*, E. Segré (Ed.), University of Chicago Press, Chicago.
- Izrailev, F. M. y B. V. Chirikov (1966). *Sov. Phys. Dokl.* Vol. 11, Núm. 30.
- Kolmogorov, A. N. (1954). *Akad. Nauk. SSSR Dokl.* 98 527, Arnold V I 1963 *Russ. Math. Surv.* Vol. 18, Núm. 85.
- Shepelyansky, D. L. (1997). *Nonlinearity*. Núm. 10.
- Thierry, D. (2008). "Fermi, Pasta, Ulam and Mysterious Lady", *Arxiv: 0801.1590v1 Physics*. hist-ph 10 jan.
- Ulam, S.M.(1991). *Adventures of a Mathematician*. Univ. of California Press (see chapter 12).
- Van Simaey, G.; Ph. Emplit y M. Haelterman (2001). *Phys. Rev. Lett.* Núm. 87.
- Zabusky N. J. y M. D. Kruskal (1965). *Phys. Rev. Lett.* Núm. 15.

